

Exp. 4

Leis de Kirchhoff

FSC5143 - Laboratório de Física III
FSC5123 - Física experimental II

lemo.ufsc.br
Versão de 13 de agosto de 2019

1 Objetivos

Cada grupo realizará, nesta experiência, a montagem de três circuitos distintos, usando fontes, baterias, resistores, chaves manuais, amperímetros e voltímetros. O objetivo didático geral é aplicar as Leis de Kirchhoff para entender o funcionamento de cada um dos circuitos analisados. Os objetivos específicos são os seguintes:

- Determinar a força eletromotriz (também denominada *fem*) e a resistência interna de uma bateria em um circuito de malha única;
- Determinar a resistência interna de um amperímetro em circuitos de malha única;
- Medir intensidades de correntes num circuito de duas malhas e comparar com os valores obtidos pela aplicação das Leis de Kirchhoff.

2 Teoria Básica

As Leis de Kirchhoff para circuitos elétricos foram formuladas em 1845 e são baseadas nos princípios de conservação da carga elétrica e de conservação da energia.

O entendimento dessas leis passa pelos conceitos de *nó* e *malha*. Num circuito elétrico, um nó, é qualquer entroncamento ou junção de fios; uma malha é qualquer percurso fechado percorrido ao longo do circuito.

- **1ª Lei de Kirchhoff (ou Lei dos nós):** a soma das correntes que chegam num nó é igual a soma das correntes que saem de um nó. Levando em conta o sinal (positivo ou negativo) da corrente, que diz se a corrente chega no nó ou se sai dele, esta lei pode ser escrita como

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0, \quad (1)$$

onde n é o número de ramificações que partem do nó.

- **2ª Lei de Kirchhoff (ou Lei das malhas):** a soma das *fem*'s numa malha deve ser igual à soma das quedas de tensão na mesma malha. Levando em conta o sinal (positivo ou negativo) das diferenças de tensão ao longo de uma malha, esta lei pode ser escrita da seguinte forma:

$$\sum_{k=1}^m V_k = 0, \quad (2)$$

onde m é o número de segmentos considerados na malha e V_k é a diferença de potencial em um dado segmento de malha.

A queda de tensão devida a um resistor R pelo qual passa uma corrente i é igual a Ri . Portanto, no caso de uma malha composta apenas por fontes e resistores, podemos escrever a lei das malhas, grosso modo, sob a forma:

$$\sum \varepsilon = \sum Ri. \quad (3)$$

Para uma utilização correta da lei das malhas, o primeiro passo é arbitrar um sentido de percurso da malha, que pode ser horário ou anti-horário.

Em seguida, devemos observar a orientação das *fem*'s. Por definição, a tensão no terminal positivo (+) é maior que a tensão no terminal negativo (-). Definimos o sentido da *fem* como o sentido da flecha imaginária que liga o (-) ao (+). O próximo passo é definir uma orientação para as correntes em cada segmento com resistor.

Então, pode-se aplicar a lei das malhas da seguinte maneira:

- Ao percorrer a malha no sentido arbitrado, se um resistor for percorrido no mesmo sentido que o da corrente que o atravessa, a variação do potencial é negativa ($-Ri$); se percorrido no sentido contrário, a variação é positiva ($+Ri$).
- Ao percorrer a malha no sentido arbitrado, se uma fonte de força eletromotriz for percorrida no mesmo sentido que o de sua *fem*, a variação do potencial será $+\varepsilon$; se percorrida no sentido contrário, será $-\varepsilon$.

É conveniente lembrar que a lei dos nós basta ser aplicada $(n - 1)$ vezes se a rede tiver n nós¹ e que a lei das malhas pode ser aplicada tantas vezes quantas forem as malhas independentes na rede.

2.1 Aplicações da lei das malhas

2.1.1 Resistência interna de uma bateria

Para evidenciar a diferença entre uma bateria e uma fonte de tensão, considere o circuito de malha única da figura 1, composto de:

- Uma bateria de *fem* ε e resistência interna r' ;
- Um amperímetro com resistência interna r ;
- Uma resistência de proteção R_p .

Aplicando a 2ª Lei de Kirchhoff, partindo do ponto A, no sentido horário, obtém-se:

$$\varepsilon - r'i + (V_A - V_B) = 0. \quad (4)$$

¹ Neste caso, a aplicação da lei dos nós no n -ésimo nó é redundante. Para entender o porquê, pense no caso de um circuito com somente dois nós ($n = 2$).

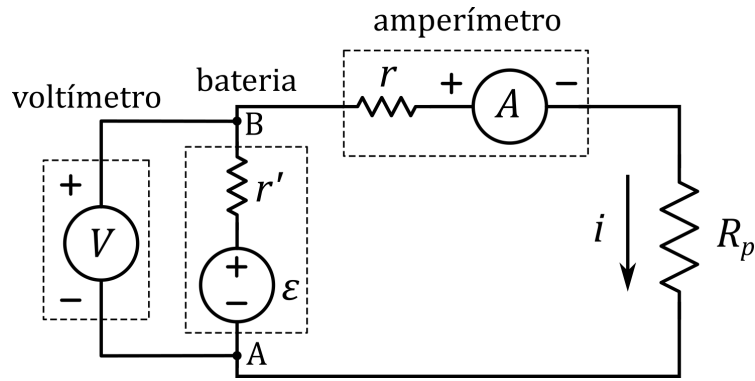


Figura 1 Circuito de malha única: bateria de *fem* ε alimentando um resistor R_p .

Chamando de V a tensão lida pelo voltímetro, podemos então escrever

$$V = V_B - V_A = \varepsilon - r'i. \quad (5)$$

Esta equação diz que, quando temos corrente atravessando uma bateria, a diferença de potencial (tensão V) entre seus terminais não se iguala ao valor da *fem* ε . Existe uma diferença entre os dois valores, representada pela queda de tensão na resistência r' que a própria bateria coloca no circuito.

2.1.2 Resistência interna de um amperímetro

Como um segundo exemplo de aplicação da 2ª Lei de Kirchhoff, considere o circuito de malha única na figura 2, composto de:

- Uma fonte de tensão com *fem* ε ;
- Uma resistência externa R ;
- Um amperímetro com resistência interna r .

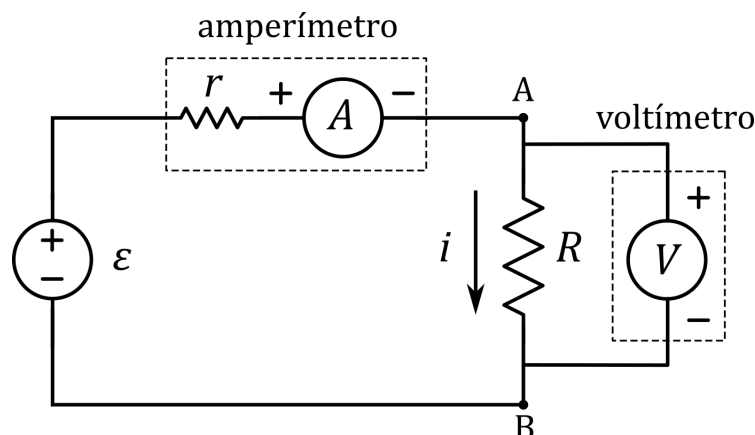


Figura 2 Circuito de malha única: fonte de tensão com *fem* ε alimentando um resistor R .

Seguindo a malha no sentido horário, obtém-se,

$$\varepsilon - ri - Ri = 0. \quad (6)$$

Agora note que a diferença de tensão V medida pelo voltímetro vale

$$V = V_A - V_B = Ri. \quad (7)$$

Substituindo a equação (7) na (6), tem-se:

$$V = \varepsilon - ri. \quad (8)$$

Na montagem experimental, será incluído um resistor de proteção com resistência conhecida R_p , em série com o amperímetro. As equações (6) e (8), neste caso, tomam a forma:

$$\varepsilon - (r^* + R)i = 0, \quad (9)$$

$$V = \varepsilon - r^*i, \quad (10)$$

onde $r^* = r + R_p$.

A equação (10) será utilizada para determinar a resistência interna do amperímetro e a fem ε da fonte de tensão, através do gráfico de V em função de i . Para variar a corrente i no circuito, faz-se uso de uma resistência R ajustável.

2.1.3 Transferência de potência a um resistor

Usando o mesmo circuito da seção anterior, vamos agora estudar a transferência de potência da fonte ao resistor R . A potência fornecida pela fonte vale $P_{\text{fonte}} = \varepsilon i$ e a potência dissipada pelo resistor R , dito resistor de carga, vale $P = Ri^2$.

O objetivo é descobrir sob que condições a potência dissipada pelo resistor é máxima, ou seja, como podemos maximizar a transferência de energia da fonte para o resistor (responsável por “gastá-la”), minimizando assim as perdas elétricas entre a fonte e a carga. A solução deste problema é de larga aplicação prática.

A potência dissipada no resistor depende essencialmente da corrente i aplicada, que, por sua vez, depende do valor de R , como é possível ver através da equação (9). De fato, usando esta equação, obtemos:

$$P = Ri^2 = \frac{R\varepsilon^2}{(R + r^*)^2}. \quad (11)$$

A condição de maximização da potência transferida é

$$\frac{dP}{dR} = 0 \Leftrightarrow R = r^*, \quad (12)$$

ou seja, a potência transferida de uma fonte de tensão a uma resistência externa R será máxima quando R for igual à soma das demais resistências da malha, como ilustra a figura 3. Isto estabelece um critério geral de maximização de transferência de potência em circuitos elétricos.

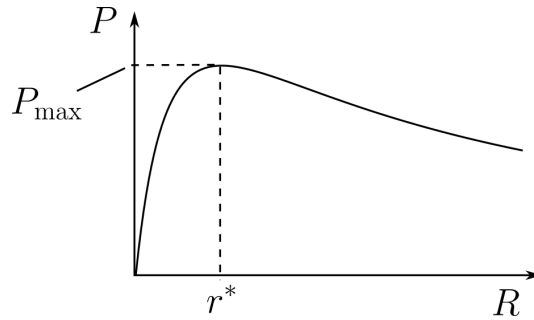


Figura 3 Gráfico da equação (11), mostrando que a potência transferida ao resistor R é máxima quando $R = r^*$.

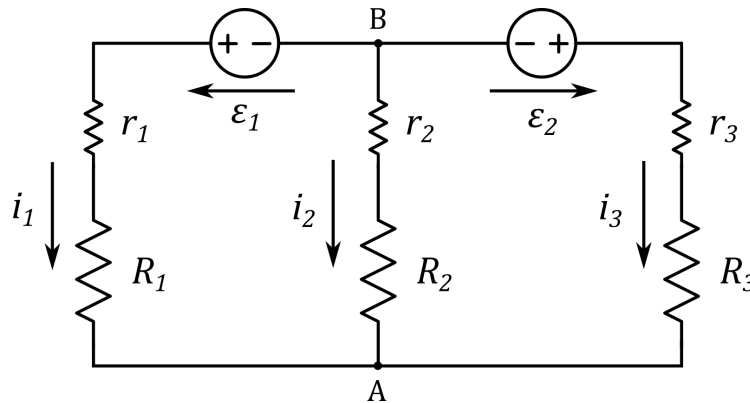


Figura 4 Circuito de duas malhas com duas fontes de tensão.

2.2 Aplicação da lei dos nós

A figura 4 mostra um circuito de duas malhas no qual se pode aplicar a lei dos nós. Ele é composto de duas fontes de *fem*'s ϵ_1 e ϵ_2 , três amperímetros com resistências internas r_1 , r_2 e r_3 e três resistores R_1 , R_2 e R_3 .

Aplicando a lei dos nós ao ponto A, temos:

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0. \tag{13}$$

Percorrendo as malhas da esquerda e da direita no sentido anti-horário, obtém-se, respectivamente:

$$\epsilon_1 - (R_1 + r_1)i_1 + (R_2 + r_2)i_2 = 0, \tag{14}$$

$$-\epsilon_2 - (R_2 + r_2)i_2 + (R_3 + r_3)i_3 = 0. \tag{15}$$

Conhecendo-se os valores de ϵ_1 e ϵ_2 e das resistências do circuito, pode-se calcular as correntes em cada ramo do circuito resolvendo o sistema de três equações e três incógnitas. Se os sentidos das correntes coincidirem com o arbitrado na figura, as soluções do sistema terão resultados positivos; nos casos em que as correntes calculadas sejam negativas, o sentido correto é o oposto ao arbitrado. Se houver possibilidade de desprezar as resistências internas dos amperímetros, então basta tomar $r_1 = r_2 = r_3 = 0$ e resolver o novo sistema de equações.

3 Referências Bibliográficas

- Halliday, Resnick & Walker, *Fundamentos de Física*, Vol. 3, Ed. LTC
- Moysés Nussenzveig, *Curso de Física Básica*, Vol. 3, Ed. Blucher
- Piacentini, Grandi, Hofmann, de Lima & Zimmerman, *Introdução ao Laboratório de Física*, Ed. da UFSC.
- Helene & Vanin, *Tratamento estatístico de dados em física experimental*, Ed. Blucher

4 Relação do material

- 01 bateria de moto ou similar;
- 02 fontes de tensão contínua;
- 04 multímetros digitais;
- 01 chave dupla tipo faca;
- 01 caixa de resistências padrão (R);
- 01 resistor de proteção R_p ;
- 03 resistores R_1 , R_2 e R_3 ;
- cabos para conexões elétricas.

5 Esquemas Experimentais

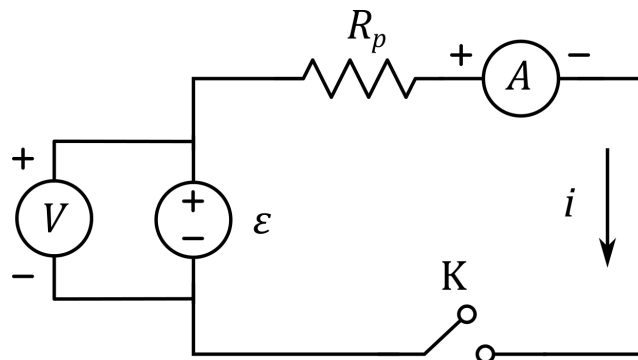


Figura 5 Montagem da primeira parte

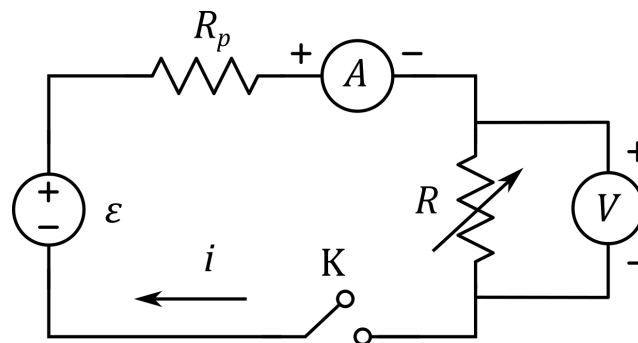


Figura 6 Montagem da segunda parte. A flecha cruzando o resistor indica se tratar de um reostato, ou seja, um resistor variável cuja função é regular a corrente no circuito.

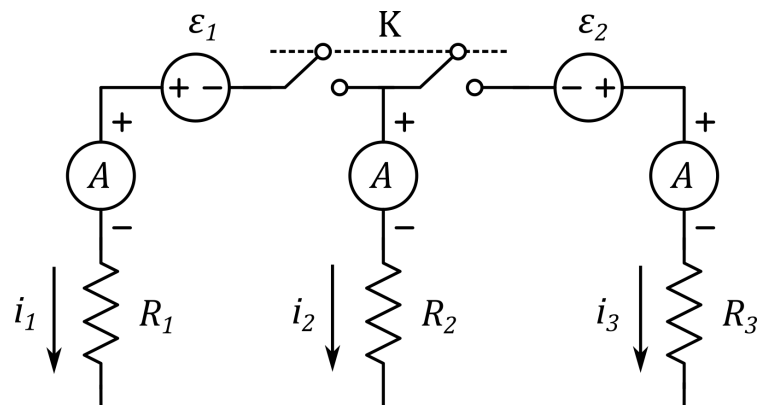


Figura 7 Montagem da terceira parte

6 Procedimento Experimental

PRIMEIRA PARTE - Bateria vs. Fonte regulada

1. Faça a montagem do circuito conforme a figura 5, utilizando uma bateria, cujas *fem* (ε) e resistência interna (r') serão obtidas experimentalmente. Não esqueça de colocar o resistor R_p na montagem e anotar o valor de sua resistência. **Lembre-se:** *amperímetro deve ser ligado “em série”; voltímetro, “em paralelo”. Atenção às polaridades dos instrumentos. O terminal “COM” do multímetro é o terminal negativo (-).*
2. Com a chave K aberta (desconectada), meça a tensão V entre os terminais da bateria. Anote seus dados na Tabela I.
3. Ajuste a escala do amperímetro para 10 A (ou 20 A). Feche a chave K, meça o novo valor de V e o valor da corrente i no amperímetro. **Observação:** *Faça as leituras rapidamente, para evitar a descarga da bateria.*
4. Substitua a bateria (que não será mais usada) por uma fonte de tensão regulada, cujo valor esteja próximo ao valor anteriormente fornecido pela bateria em aberto e repita os itens 2 e 3.

SEGUNDA PARTE - Transferência de potência

1. Faça a montagem do circuito conforme o esquema da figura 6, usando a fonte de tensão. Utilize como resistor R a caixa de resistências fornecida. Ainda com a chave K aberta, ajuste o amperímetro para a escala de 200 mA e $R = 3 \Omega$.
2. Coloque como tensão de saída da fonte 2,0 V (verifique com um voltímetro direto na fonte). Feche a chave K, leia a tensão V e a corrente i , anotando seus valores na Tabela II. É importante não mudar as escalas depois de iniciadas as medidas.
3. Vá aumentando gradativamente a resistência nominal do resistor R , utilizando valores entre 3 e 50 Ω , lendo as respectivas tensões e correntes, e anotando na Tabela II.
4. Calcule a resistência de cada um dos resistores R através da relação $R = V/i$, bem como a potência dissipada nos resistores R através da relação $P = Vi$, empregando os valores medidos de V e i .
5. Use as últimas linhas, em branco, para encontrar empiricamente o valor de R para o qual P é máximo.

TERCEIRA PARTE - Medidas de corrente em circuito de duas malhas

1. Monte o circuito conforme o esquema da figura 7. Utilize como fontes de tensão ε_1 e ε_2 as duas fontes disponíveis em sua bancada. Utilize os amperímetros fornecidos nas escalas de 10 A (ou 20 A). Utilize a chave dupla para fazer os dois contatos representados por chaves simples no esquema, que devem abrir e fechar simultaneamente.
2. Coloque como tensão de saída das fontes um valor aproximado de 8,0 V (lido com o voltímetro), anotando os valores na Tabela III.
3. Feche a chave K, leia as correntes e anote na Tabela III. **Observação:** *Faça as leituras rapidamente para evitar o superaquecimento dos resistores.*
4. As resistências internas dos amperímetros estão indicadas nos aparelhos.

7 Questionário

1. (a) Através da equação (5) e os dados da Tabela I, encontre o valor da *fem* da bateria e calcule a sua resistência interna.
(b) Explique a diferença entre uma bateria e uma fonte de tensão, quando acopladas a um circuito.

2. (a) Faça um gráfico de V em função de i com os dados da tabela II.
(b) Obtenha os coeficientes angular e linear da reta obtida e, a partir deles, obtenha a *fem* \mathcal{E} da fonte e a resistência r do amperímetro.
(c) Qual o significado físico do valor onde a reta intersecta o eixo das abscissas ($y = 0$)? E do valor onde a reta intersecta o eixo das ordenadas ($x = 0$)?

3. (a) Faça o gráfico de P em função de R com os dados da Tabela II.
(b) A partir do gráfico, observando a condição de máxima transferência de potência, determine a resistência r do amperímetro e compare com o valor obtido na questão 2(b).

4. (a) Calcule as correntes i_1 , i_2 e i_3 utilizando as Leis de Kirchhoff para o circuito, considerando as resistências internas dos amperímetros (fornecidas).
(b) Calcule novamente as correntes i_1 , i_2 e i_3 , mas agora desprezando as resistências internas dos amperímetros.
(c) Compare os valores teóricos calculados nos itens (a) e (b) com os valores de i_1 , i_2 e i_3 obtidos experimentalmente. Comente.

Exp. 4 - Leis de Kirchhoff

GRUPO: _____

ALUNOS: _____

TURMA: _____

DATA: _____

➤ Primeira Parte - Bateria vs. Fonte regulada

TABELA I	V (V)	i (A)
Bateria em aberto		
Bateria no circuito		
Fonte em aberto		
Fonte no circuito		

➤ Segunda Parte - Transferência de potência

TABELA II

$R_p =$ Ω

Escala do amperímetro: 200 mA

$R_{NOMINAL}$ (Ω)	V (V)	i (mA)	R_{EXP} (Ω)	P (mW)
3				
5				
10				
15				
20				
25				
30				
40				
50				

➤ Terceira Parte - Medidas de corrente em circuito de duas malhas

TABELA III

<i>fem's</i> das fontes	<i>resistências</i>	<i>resist. amperímetros</i>	<i>Correntes medidas</i>
$\varepsilon_1 =$	$R_1 =$	$r_1 =$	$i_1 =$
$\varepsilon_2 =$	$R_2 =$	$r_2 =$	$i_2 =$
	$R_3 =$	$r_3 =$	$i_3 =$